8. Padělané mince

Balíček padělaných mincí lze odhalit na jedno vážení. Z prvního balíčku vezmete jednu minci, dvě z druhého, tři ze třetího a tak dále. Poslední balíček vezmete celý. Všechny tyto mince pak zvážíte. Počet přebytečných gramů přesně odpovídá padělanému balíčku. Pokud například zvážené mince váží o sedm gramů více, než by měly, je padělaný sedmý balíček, ten, ze kterého jste vzali sedm mincí (každá z nich váží o jeden gram více, než by měla). Stejný postup by fungoval i v případě jedenácti balíčků po deseti mincích. Pokud by totiž nepřebývaly gramy žádné, znamenalo by to, že padělaná je jedenáctá hromádka.

9. Dotýkající se cigarety

Cigarety lze položit několika různými způsoby. Na obrázku vlevo je tradiční řešení, které lze najít v několika starších knížkách hádanek.

K mému velkému překvapení patnáct čtenářů zjistilo, že i sedm cigaret je možné položit tak, aby se každá dotýkala všech ostatních. To samozřejmě činí předchozí verzi hádanky zastaralou. Jak to lze učinit,

17. Otáčející se šrouby

Hlavičky se k sobě nebudou ani přibližovat, ani se nebudou vzdalovat. Situace je srovnatelná se situací člověka, který jde na jezdících schodech nahoru stejnou rychlostí, jako jedou schody dolů.

18. Let kolem Země

Tři letadla na cestu kolem Země plně postačí. Úlohu lze vyřešit mnoha různými způsoby, ale následující se zdá být nejefektivnější: je třeba pouze pět nádrží paliva, poskytne pilotům při tankování na základně dostatek času na šálek kávy a sendvič a navíc je půvabně symetrický.

Všechna tři letadla, A, B a C, vzlétnou společně. Poté, co urazí 1/8 vzdálenosti, C přečerpá 1/4 své nádrže do letadla A, 1/4 do B. Zbyde mu tak akorát 1/4 nádrže na cestu zpět. Letadla A a B pokračují další 1/8 cesty a pak B přečerpá 1/4 nádrže do A. B nyní zbývá 1/2 nádrže, což je dost na návrat na základnu, kam dorazí s prázdnou nádrží. Letadlo A pokračuje s plnou nádrží do doby, než ji 1/4 cesty od základny vyčerpá. Tam se potká s letadlem C, které na základně dočerpalo

24. Šachový problém lorda Dunsanyho

Klíčem k šachovému problému lorda Dunsanyho je skutečnost, že černá dáma není na černém poli, jak tomu musí být na počátku hry. To znamená, že jak černý král, tak i černá dáma se museli pohnout. Ale to je možné pouze za předpokladu, že se táhlo některým černým pěšcem. Protože pěšci nemohou táhnout zpět, museli do své nynější pozice dorazit z opačné strany šachovnice! Pokud toto vezmeme v potaz, není těžké přijít na to, že bílý kůň vpravo má jednoduchou matovou sekvenci na čtyři tahy.

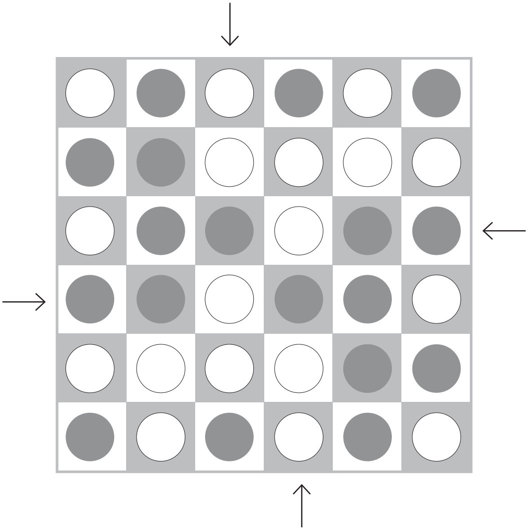
V prvním tahu bílý táhne koněm z pravého dolního rohu do pole těsně nad svým králem. Pokud nyní černý táhne horním levým koněm do věžového sloupce, bílý dá mat ve dvou tazích. Černý ale může mat oddálit tak, že nejprve táhne koněm do sloupce nad střelcem. Bílý táhne koněm dopředu a doprava do stejného sloupce, kde bude hrozit matem v příštím tahu. Černý posune svého koně dopředu, aby matu zabránil. Bílý sebere koně dámou a pak, ve čtvrtém tahu, dá mat koněm.

To ale není pravda, protože celkový čas, po který je letadlo urychlováno, je menší než čas, po který je zpomalováno, takže výsledkem je celkové zpomalení. Délka celé cesty, pokud fouká neměnný vítr, je vždy delší než za úplného bezvětří, bez ohledu na rychlost či směr větru.

37. Hra Hip

Níže na obrázku je závěrečná pozice hry Hip, ve které došlo k remíze. Toto krásné a těžko nalezitelné řešení jako první objevil C. M. McLaury, který se o problému dozvěděl od Richarda Andreea, jednoho ze svých profesorů.

Dva čtenáři (William R. Jordan z městečka Scotia ve státě New York a Donald L. Vanderpool z Towandy v Pensylvánii) ukázali vyčerpávajícím průchodem všech možností, že řešení je jediné, až na několik málo variant získaných různým rozložením čtyř polí označených šipkami. Každé naznačené pole může mít libovolnou barvu za předpokladu, že všechny nemají stejnou. Protože je ale každý hráč omezen osmnácti žetony, dvě z těchto polí musejí mít stejnou barvu a dvě stejnou opačnou barvu. Obrázek je nakreslen tak, aby při libovolném otočení dal po převrácení stejný vzor.



Šachovnice 6×6 je největší, na které lze remizovat. To poprvé dokázal v roce 1960 Robert I. Jewett, který byl tehdy magisterským studentem na Oregonské univerzitě. Ukázal, že na šachovnici 7×7 zremizovat nelze. Protože každá větší šachovnice obsahuje šachovnici 7×7, je jasné, že ani na nich remizovat nelze.

Jako hratelná hra je Hip na šachovnici 6×6 výhradně pro paďoury. David H. Templeton, profesor chemie v Lawrencově laboratoři pro radiační výzkum na Kalifornské univerzitě v Berkeley, poukázal na to, že druhý hráč může vždy vynutit remízu jednoduchou symetrickou strategií. Může buď vždy táhnout tak, že zahraje předchozí protivníkův tah převrácený podle jedné z rovných os půlících šachovnici, nebo může táhnout tak, že provede soupeřův tah na šachovnici otočené od 90 stupňů kolem středu. (Druhá strategie může vést k zobrazené remíze.) Jinou možnou strategií je hrát na příslušné protilehlé políčko na přímce vedoucí z pole, kam soupeř zahrál naposledy, středem šachovnice. Strategie pro druhého hráče zaslali také Allan W. Dickinson z Richmond Heights v Missouri a Michael Herrit, student Texaské A. & M. College. Tyto strategie fungují pro všechny šachovnice mající sudý počet polí, a protože na žádné šachovnici větší než 6×6 nelze remizovat, druhému hráči na těchto šachovnicích zajistí vítězství. I na šachovnici 6×6 zaručí strategie hrající tahy podle jedné z rovných os výhru, protože možná remízová pozice není podle těchto os symetrická.

Symetrické strategie nefungují s lichým počtem polí kvůli středovému poli. Protože o těchto strategiích není nic známo, šachovnice 7×7 je nejlepší šachovnicí, na které opravdu hrát. Hra totiž nemůže skončit remízou a v současnosti není známo, který z hráčů vyhraje, pokud by oba hráli racionálně.

Walter W. Massie, student civilního inženýrství na Worcesterském polytechnickém institutu, naprogramoval v roce 1963 hru Hip pro počítač IBM 1620 a napsal o tom ročníkovou práci. Program umožňuje hru na šachovnicích velikostí 4×4 až 10×10. Pokud táhne jako první, hraje náhodné pole. V opačném případě hraje podle zrcadlící strategie, pokud takový tah nevytvoří čtverec. Jinak volí náhodná pole, dokud nenalezne bezpečné.

Na každé n×n šachovnici lze získat dohromady $(n^4–n^2)/12$ různých čtverců. Odvození tohoto vzorce, stejně jako vzorce pro obdélníkové šachovnice, lze nalézt v knížce *Play Mathematics* od Harryho Langmanna, vydané nakladatelstvím Hafner v roce 1962, s. 36–37.

Pokud je mi známo, na trojúhelníkové mřížce se nikdo podobnými „trojúhelníků prostými“ obarveními nezabýval.

48. Stopněte topinkovač

Původně jsem otiskl řešení, které ukazovalo, jak topinky připravit za dvě minuty. Pět čtenářů mne překvapilo a zkrátilo čas na 111 sekund. Přehlédl jsem totiž možnost, že topinku lze opéct z jedné strany pouze částečně a dopéci ji později.

Čas (s)	Činnost
1–3	Do topinkovače vložíme topinku A.
3–6	Do topinkovače vložíme B.
6–18	A se peče 15 vteřin z jedné strany.
18–21	Vyjmeme A.
21–23	Vložíme C.
23–36	B se dopeče z jedné strany.
36–39	Vyjmeme B.
39–42	Vložíme A. z druhé strany.
42–54	B namažeme máslem.
54–57	Vyjmeme C.
57–60	Vložíme B.
60–72	Namažeme C.
72–75	Vyjmeme A.
75–78	Vložíme C.
78–90	Namažeme A.

90–93	Vyjmeme B.
93–96	Vložíme A tak, bychom ji dopekli z nedopečené strany.
96–108	A se dopéká.
108–111	Vyjmeme C.

Všechny topinky jsou nyní opečené a namazané, ale topinka A zůstala v topinkovači. I pokud bychom ale museli A vyjmout, celkově by popsané řešení zabralo pouze 114 sekund.

49. Věta o pevném bodě

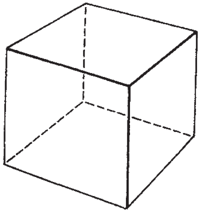
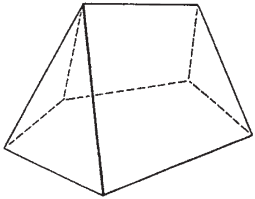
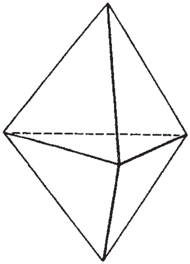
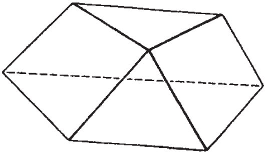
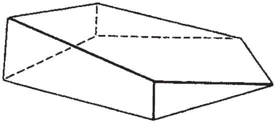
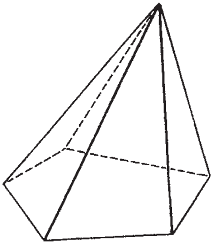
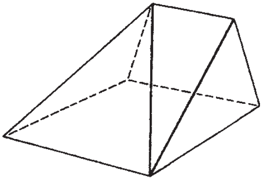
Muž jeden den vystoupí na horu a jiný den sestoupí. Musí byt na cestě nějaké místo, na kterém je při obou cestách ve stejný čas? Na tuto úlohu mne upozornil psycholog Ray Hyman z Oregonské univerzity, který ji našel v knížce *On Problem Solving* německého Gestalt psychologa Karl Dunckera. Duncker píše, že úlohu nemohl vyřešit a že s uspokojením pozoroval, jak i ostatní, kterým úlohu zadal, mají podobné těžkosti. K řešení lze dospět různými způsoby, pokračuje, „ale pravděpodobně žádný není tak drasticky zjevný jako

Případ čtyř lží není řešený ani pro čísla od 1 do milionu. Pokud připustíme libovolný počet lží, žádná strategie samozřejmě neexistuje. Ulamova hádanka úzce souvisí s teorií samoopravných kódů. Výsledky z posledních let jsou shrnuty v článku Andrzeje Pelce „Searching games with errors – fifty years of coping with liars“.

52. Nalezněte šestistěny

Na obrázku je uvedeno sedm různých druhů konvexních šestistěnů, které mají všechny navzájem topologicky různé kostry. Neznám žádný jednoduchý způsob, jak ukázat, že jich není víc. Neformální důkaz lze nalézt v článku Johna McClellana „The Hexahedra Problem“, otištěném v časopise *Recreational Mathematics Magazine*, č. 4, srpen 1961, s. 34–40.

Topologicky různých sedmistěnů je dohromady 34, osmistěnů 257 a devítistěnů 2 606. Dále jsou tři nekonvexní (konkávní či sebeprotínající se) šestistěny, 26 nekonvexních sedmistěnů a 277 nekonvexních osmistěnů.

Vzorec, který by udával počet topologicky různých konvexních mnohostěnů v závislosti na počtu stěn, není znám.

Paul R. Burnett mne upozornil na verš ze Starého zákona, Zachariáš 3,9, který v Českém ekumenickém překladu zní: „Hle, tu je kámen, který kladu před Jóšuu: jeden kámen, na něm sedm očí. Já sám na něm vyryji znak, je výrok Hospodina zástupů…“ (v anglickém překladu je místo sedmi očí sedm stěn, pozn. překl.)

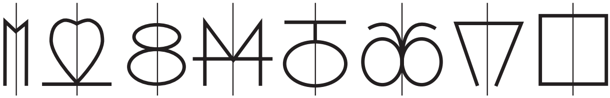
53. Nedat mat v jednom tahu

Pokud nesmí dát mat, musí bílý táhnout věží o čtyři políčka doleva. Tím dá černému šach, ale černý nyní může vzít šachujícího střelce svou věží.

Když byl tento problém otištěn v časopise *Scientific American*, tucty čtenářů si stěžovaly, že je to pozice, která se nemůže vyskytnout ve skutečné hře, protože na šachovnici jsou dva bílí střelci na bílých polích. Čtenáři si ale neuvědomili, že pěšce lze v poslední řadě proměnit v libovolnou figuru, ne pouze dámu. Kterýkoli z chybějících bílých pěšců mohl být proměněn v druhého střelce stojícího na bílém poli.

60. Rozluštěte hieroglyfy

Symboly jsou ve skutečnosti číslice 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 namalované vedle svých zrcadlových obrazů. Dalším symbolem tedy bude dvojitá 8, jak je vidět na obrázku.



61. Bláznivý střih

Útvar lze rozdělit na dvě shodné části následovně.