

Nyní se na to podívejme z druhé strany: Pokud odstraníte deset kilogramů kamení z lodi, loď vytlačí o deset litrů méně vody. Hladina vody tedy klesne o deset litrů (což je na velkém jezeře sotva viditelné).

Pokud hodíte do jezera deset kilogramů kamení, objem jezera se zvýší podle objemu těchto kamenů. Protože však kameny mají podstatně vyšší hustotu než voda (asi dvakrát až třikrát), nevytlačí deset litrů vody, nýbrž například pět či tři litry, v závislosti na hustotě horniny.

Nyní musíme pouze tyto dva jevy sečíst: Odstraněním kamenů z lodi hladina klesá například o deset litrů. Potopené kamení v jezeře zvyšuje hladinu řekněme o tři až pět litrů. Závěr: Hladina klesla.

15 Nestřílejte, prosím!

Jedno možné vysvětlení: Muž má zřejmě škytavku. Pití by mohlo pomoci, takže vstoupil do baru a objednal si vodu. Barman měl ale lepší nápad: Vystrašil hosta svým revolverem, škytavka zmizela a muž mu děkuje za rychlou pomoc.

16 Zachraňte ubohé kuřátko

Řešení je, alespoň v této knize, téměř vždy překvapivě jednoduché: Vyzkoušejte to pomocí písku. Opatrně jej nechte padat přes okraj úzké díry. Kuřeti se dostane stále více a více pod nohy, až v určitém okamžiku ho můžete vytáhnout ven rukou.

Bezpochyby jde také vyplnit otvor vodou. Minimálně mláďata vodního ptactva by se měla bez problému dostat nahoru.

Mimoходом tato úloha pochází z jedné z mnoha knih Martina Gardnera, amerického sběratele hádanek, který píše po desetiletí o tricích s čísly, kartami, hodinami a zápalkami do časopisu *Scientific American*.

17 Mrtvola v poušti

Muž byl součástí posádky, která chtěla poušť překonat v horkovzdušném balonu. Bohužel se vyskytl problém s hořákem a balon neustále ztrácel výšku. Poté co posádka hodila přes palubu vše, co v koši bylo, začalo tahání zápalek. Ten s nejkratší zápalkou musel vyskočit z koše na jistou smrt.

18 Podivný řidič

Muž pracuje jako rozhlasový moderátor a právě zabil svou ženu. Aby měl alibi, předem připravil rozhlasové vysílání a předtím, než odešel domů, ho pustil ze záznamu. Na cestě zpět do studia si všimne, že rádio vůbec nevysílá, zřejmě došlo k technickému problému. Jeho alibi tedy nefunguje.

19 Intervalový spánek

Žena leží v posteli hotelového pokoje, který není dobře odhlučněn. Vždycky je probuzena chrápáním osoby, která má pronajatý pokoj nad ní. Jelikož telefonní čísla v hotelu odpovídají číslům pokojů, zná číslo a volá, aby osobu probudila a tím zastavila chrápání. Bohužel ticho netrvá dlouho a ona se stále znovu probouzí a musí opět volat.

20 Zvláštní nález

Jsou to pozůstatky sněhuláka.

21 Koncert klaksonů u motelu

Je pozdě v noci a všichni už spí. Muž se zvedne a jde něco vyzvednout z auta. V autě si uvědomuje, že si nepamatuje číslo svého pokoje. Jeho žena, která zůstala v pokoji, už dávno spí. Navíc je hluchá. Takže chvíli troubí a pozoruje, ve kterých místnostech se lidé probouzejí, rozsvítí světla nebo jdou k oknu. Místnost, ve které se nic neděje, je jeho.

Každý sloupec reprezentuje jeden případ. Nyní zjistíme, která z těchto čtyř možností neobsahuje spor. Může se stát, že je více než jeden případ beze sporů, pak by však úloha neměla jednoznačné řešení.

Zde jsou čtyři výpovědi:

- A) Já jsem obraz neukradl.
- B) Muž A lže!
- C) Muž B lže!
- D) B ukradl obraz.

Případ 1:

Tento případ není možný. B a C by měli být oba lháři. B říká, že A je lhář. To je lež, ale pak C mluví pravdu. Což je spor.

Případ 2:

Protože A lže, A musí být zloděj. Prohlášení ostatních tří podezřelých si neprotiřečí. Takže B jako jediná osoba říká pravdu.

Případ 3:

Není možný. A a B musejí oba lhát. Ale B říká, že A lže, což je pravda, a ne lež. Takže máme spor.

Případ 4:

Tento případ si také můžeme vyškrtnout, a to ze stejného důvodu jako případ 3. A i B jsou oba lháři. Ale B říká, že A lže, což je pravda, a ne lež. Spor.

36 Lháři mezi svými

Pouze třetí podivín říká pravdu, všichni ostatní lžou.

Znovu se podíváme na všechny čtyři výroky:

Podivín 1: „Jeden z nás lže.“

Podivín 2: „Dva z nás lžou.“

Podivín 3: „Tři z nás lžou.“

Podivín 4: „Všichni čtyři lžeme.“

Daly by se systematicky prozkoumat všechny možné kombinace. Například: Podivín 1 lže, avšak nikdo jiný. Pasují pak tyto čtyři výpovědi? Nebo: Osoby 1 a 2 lžou, zbývající dva ne. Tímto způsobem určitě najdete řešení. Ale chvíli to potrvá, protože existuje celkem 16 různých případů.

Je to rychlejší, pokud se na výroky zaměříme přímo.

Výpovědi těch čtyř mužů si navzájem odporují. Proto není možné, aby více než jedna osoba mluvila pravdu. Takže tři, nebo dokonce všichni čtyři lžou. Počet případů se tak výrazně snížil.

Začněme s druhým případem, totiž že všichni čtyři lžou. To vede k logickému rozporu, protože pak tvrzení čtvrtého podivína nebude lež, nýbrž pravda. Osoba 4 by tedy nebyla lhářem. To by však bylo v rozporu s jeho výrokem: „Všichni čtyři lžeme,“ a proto tento případ můžeme vyřadit.

Zbývá tedy pouze, že tři z nich jsou lháři. Podivín 3 je jediný, kdo říká pravdu, což je jediné možné řešení.

37 Přijdou tři logici do baru...

Barman musí přinést tři piva, jedno pro každého z logiků.

Tři muži si samozřejmě nesdělili, co chtějí pít, předtím, než vešli do baru. Na otázku „Takže všichni pivo?“ říká první muž: „Nevím.“ Z toho vyplývá, že pivo rozhodně chce, jinak by odpověděl, že ne. Barman se však zeptal: „Všichni chcete pivo?“ První logik však nemá ponětí, co budou pít ostatní, musí tedy za sebe odpovědět: „Nevím.“

Pro logika číslo dvě je situace obdobná. Pouze teď ví, že logik číslo jedna chce pivo. Ale bude i třetí logik držet basu? Odpověď „Netuším“ odhaluje, že také rozhodně chce pivo. Jinak by odpověděl, že ne.

Nyní ke třetímu logikovi. Z odpovědi svých dvou kolegů ví, že oba chtějí pít pivo. A protože reaguje „ano“, jistě také jedno chce. Je tedy jasné, že barman musí přinést tři piva.

38 Čtyři fotbalové kluby a jeden průzkum

Z 250 obyvatel je 50 lhářů a 200 říká vždy pravdu.

Abychom našli toto řešení, musíme se podívat na to, jak lháři a pravdomluvní odpovídají na tyto čtyři otázky:

- 1) Jste fanouškem týmu A?
- 2) Jste fanouškem týmu B?
- 3) Jste fanouškem týmu C?
- 4) Jste fanouškem týmu D?

Ten, kdo mluví pravdu, odpoví „ano“ pouze na jednu otázku (protože fandí jednomu ze čtyř týmů) a na tři otázky ne.

Naopak lhář odpoví pouze jednou „ne“ (když je dotázán na svůj tým) a třikrát řekne „ano“ (když se ho ptají na týmy, kterým nefandí).

Shrňme si to: Každý pravdomluvný přidá pouze jeden „ano-hlas“, kdežto každý lhář nám přidá tři „ano-hlasy“.

Pokud P je počet pravdomluvných a L je počet lhářů, pak součet všech „ano“ musí být přesně $P + 3L$. Součet „ano-hlasů“ z průzkumu lze snadno vypočítat:

- | | |
|---------------------------|-----------|
| 1) Jste fanouškem týmu A? | 90 × ano |
| 2) Jste fanouškem týmu B? | 100 × ano |
| 3) Jste fanouškem týmu C? | 80 × ano |
| 4) Jste fanouškem týmu D? | 80 × ano |

„Ano“ padlo celkem v $90 + 100 + 80 + 80 = 350$ případech. Víme také, že $P + L = 250$, protože obec má 250 obyvatel. Výsledkem je následující soustava rovnic:

$$P + L = 250$$
$$P + 3L = 350$$

Z toho okamžitě vyplývá: $2L = 100$, a tedy $L = 50$. Žije tam proto 50 lhářů.

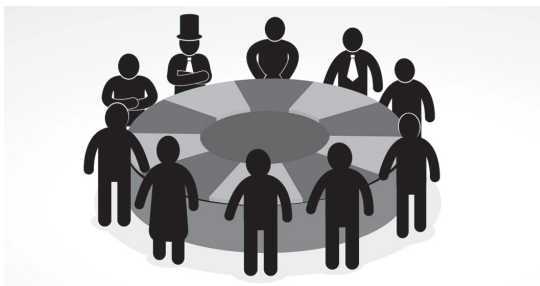
39 Lháři u stolu

U stolu sedí deset lidí, pět z nich je lhářů a pět je pravdomluvných.

Proč? Každý říká o svých sousedech, že jsou to lháři. Tedy z každých dvou osob sedících vedle sebe musejí být nutně jeden lhář a jeden pravdomluvný.

Lhář tedy tvrdí o svých pravdomluvných sousedech, že jsou lháři (což je lež). Pravdomluvná osoba taktéž prohlašuje (oprávněně), že její sousedi patří mezi lháře.

Z této úvahy vyplývá, že u stolu musejí vždy na střídačku sedět lhář a pravdomluvný. Vzhledem k tomu, že stůl je kulatý a každý má dva sousedy, musí u stolu sedět sudý počet lidí – viz obrázek:



Pro lichý počet by museli vedle sebe jednou sedět dva pravdomluvní nebo prolhaní. Což není možné – viz výše.

Kolik lidí tedy sedí okolo stolu? Pokud žena tvrdí, že u stolu sedí jedenáct lidí, musí být lhářem, protože jedenáct je liché číslo. Muž, na druhou stranu, vysvětluje, že žena lže a že jich je deset, říká tedy pravdu.

vězně 111 neumožňuje vězni 222 žádné závěry o své vlastní barvě. Takže 222 musí také odpovědět: „Nevím.“

Závěr: Zatím nevíme ani barvu vězně 333. Odpovědi 111 a 222 neprotiřečí tomu, že 333 má bílou pokrývku hlavy. To nám ale k důkazu nestačí. Musíme se nejprve podívat na druhý případ.

Případ č. 2: Čepice vězně 333 je černá.

Vězeň 111 vidí bílou a černou čepici a logicky říká: „Nevím.“ Jeho čepice by mohla být černá, nebo bílá.

Vězeň 222 vidí bílou (u 111) a černou pokrývku hlavy (u 333). Z odpovědi kolegy 111 však vězeň 222 může dospět k závěru, že on sám musí mít bílou čepici. Kdyby měl čepici černou, vězeň 111 by viděl dvě černé čepice. A protože jsou ve hře jen dvě černé čepice, vězeň 111 by odpověděl, že má čepici bílou.

Neudělal to, takže si je vězeň 222 jistý, že má čepici bílou. Avšak vězeň 222 neodpověděl: „Bílou,“ nýbrž „Nevím.“ Z toho vyplývá, že vězeň 333 nemůže mít na hlavě černou čepici. Jinak by už vězeň 222 mohl vyřknout barvu své čepice.

Ukázali jsme, že předpoklad, kdy má vězeň 333 černou čepici, neodpovídá odpovědím, které nám dali vězni 111 a 222. Případ č. 2 tedy nemůže nastat, proto je barva čepice vězně 333 bílá.

44 Prolhaný, nebo upřímný?

Trosečník může důvěřovat osobě uprostřed.

Bez ohledu na to, ke kterému kmeni patří první dotazovaný vlevo, musí tento první vždy říci: „Jsem upřímný.“ Proč? Pokud je upřímný, vždycky říká pravdu. A kdyby byl lhář, lhal by a tvrdil, že je upřímný.

Z toho vyplývá, že osoba uprostřed říká v každém případě pravdu, a proto patří ke kmeni čestných.

Osoba na pravé straně je tedy lhářem. Protože tvrdí, že je upřímná a ostatní dvě jsou lháři.

Takže víme, že určitě může důvěřovat postavě uprostřed, nikoli však osobě napravo.

Bohužel o osobě vlevo nemůžeme říci nic. Mohla by být lhářem, ale stejně tak upřímným. Proč je to tak? Vyjádření postavy napravo („Oba jsou lháři“) není lež pouze tehdy, když jsou oba upřímní, ale také, když jedna osoba upřímná je a druhá lže.

45 Jak zachránit šmoulům život?

Věžňové si mezi sebou vyberou počítacího šmoulu a uzavřou následující dohodu: Všichni, s výjimkou počítacího šmouly, neudělají při vstupu do haly nic, pokud světlo už svítí. Na druhou stranu, pokud světlo nesvítí, zapnou ho, ale pouze pokud poprvé vstupují do neosvětlené haly. Každý může rozsvítit světlo pouze jednou.

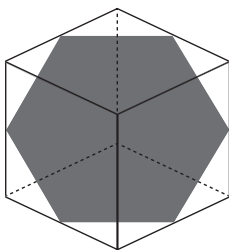
Počítací šmoula postupuje jinak: On vždy vypne světlo, pokud je zapnuto. Když je v hale tma, nic nedělá. Počítací šmoula musí také počítat, kolikrát už světlo vypnul. Když zhasne světlo posté, s jistotou ví, že všech ostatních 99 šmoulů bylo už v hale alespoň jednou před ním.

46 Záchranná logika

Nejvyšší logik úplně vlevo nemůže nijak určit svou vlastní barvu, ale může dát užitečnou radu svým devíti kolegům, protože vidí všech devět klobouků. Potíž je v tom, že stejně jako všichni ostatní může říkat pouze „černá“, nebo „bílá“. Pokud by mohl vyřknout čísla, například množství černých klobouků, které vidí, bylo by to jednodušší.

Ale jaké informace by mohl kódovat slovy „černá“ a „bílá“? Trik je následující: Vyřkne „černá“, pokud vidí lichý počet černých klobouků na hlavách svých devíti kolegů, kteří stojí před ním. Je-li tento počet sudý, řekne „bílá“.

Jeho výrok nemá nic společného s barvou jeho klobouku, o němž vůbec nic neví. Pomáhá však dalším devíti logikům správně určit jejich barvu. Jak to funguje, ukazují následující obrázky:



Tmavé oblasti si také můžete představit jako rovinu řezu. Pokud byste rozřízli krychle podél tmavých ploch, získali byste trojúhelník nebo šestiúhelník v řezu.

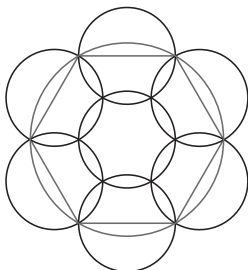
55 Kolik plátek je třeba?

Řešení je sedm.

Kruhy o poloměru 1 musejí zcela pokrývat celou kružnici. Kolik kruhů je k tomu třeba? Je to šest.

S pěti to nefunguje, protože kruh o poloměru 1 nemůže zakrývat víc než vzdálenost 2. Malý kruh položený na velký kruh odpovídá jedné šestině celé kružnice – viz obrázek. K pokrytí celého obvodu potřebujeme tedy nejméně šest kruhů. Chybí nám ještě sedmý, který jsme položili přesně doprostřed velkého.

To nám už dává kompletní pokrytí, jak ukazuje následující obrázek.



56 Koule přesně zapadne

Poloměr je $\frac{a(\sqrt{3}-1)}{2(\sqrt{3}+1)}$.

Nejprve vypočítáme vzdálenost od okraje koule k rohu krychle. Vzdálenost od středu koule do rohu je

$$\sqrt{3} \times \frac{a}{2}.$$

Od okraje koule do rohu krychle je to tedy

$$\sqrt{3} \times \frac{a}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}(\sqrt{3}-1).$$

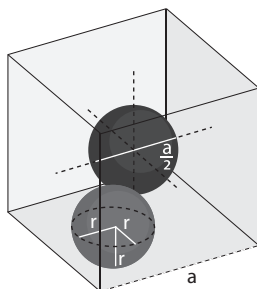
Tuto vzdálenost můžeme také vyjádřit pomocí poloměru r kuličky.

Vzdálenost je $r + \sqrt{3}r$.

Proto:

$$\frac{a}{2}(\sqrt{3}-1) = r(\sqrt{3}+1)$$

$$r = \frac{a(\sqrt{3}-1)}{2(\sqrt{3}+1)}$$



Mimochodem, tento úkol pochází z první matematické olympiády v NDR v roce 1961. Byl zařazen v kategorii pro žáky 11. třídy, ve třetím ze čtyř kol soutěže, tedy v krajském kole.

66 Kouzlo s čísly

První dva kouzelníci, kteří označili jako dělitele 73 a 13 837, měli pravdu. Odpověď čaroděje číslo tři, že dělitel je 83, je špatně.

Vybereme libovolné dvouciferné číslo a napíšeme ho čtyřikrát za sebou. Výsledkem je osmiciferné číslo. Například pokud máme číslo 17, dostaneme 17171717 nebo v čitelnější verzi 17 171 717. Můžeme ho také zapsat jako součet čtyř čísel:

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 1\,700 \\ + 170\,000 \\ + 17\,000\,000 \\ = 17\,171\,717 \end{array}$$

Tyto čtyři sčítance odpovídají vynásobení čísla 17 čísly 1, 100, 10 000 a 1 000 000. Můžeme tedy také psát:

$$17\,171\,717 = 1 \times 17 + 100 \times 17 + 10\,000 \times 17 + 1\,000\,000 \times 17$$

Obecně platí pro dvouciferné číslo a :

$$\text{Osmiciferné číslo} = 1 \times a + 100 \times a + 10\,000 \times a + 1\,000\,000 \times a$$

Pokud vytkneme a , dostaneme:

$$\text{Osmiciferné číslo} = a \times (1 + 100 + 10\,000 + 1\,000\,000)$$

$$\text{Osmiciferné číslo} = a \times 1\,010\,101$$

Zajímavý je dělitel 1 010 101. Je-li dělitelný číslem 73, osmiciferné číslo musí být také dělitelné číslem 73. A to je skutečně náš případ, protože $1\ 010\ 101 = 73 \times 13\ 837$. Již známe i druhého dělitele. Takže první i druhý kouzelník mají rozhodně pravdu.

Nicméně 1 010 101 není dělitelné 83, takže kouzelník číslo tři se mýlí.

Pokud chcete najít všechny dělitele čísla 1 010 101, musíte ho rozložit na prvočísla. K tomu nám pomohou webové stránky, výsledkem je:

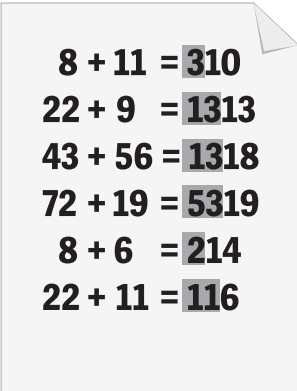
$$1\ 010\ 101 = 73 \times 101 \times 137$$

101×137 dává 13 837, dalšími děliteli čísla 1 010 101 jsou $101 \times 73 = 7\ 373$ a $73 \times 137 = 10\ 001$. Kouzelník mohl zmateným divákům sdělit i tato dvě čísla, stejně jako prvočísla 101 a 137.

67 Bláznivý výpočet

Nejprve výsledek: $22 + 11 = 116$.

Jak se k tomu dá dojít? Pokud se pořádně podíváte na daná čísla, všimnete si, že výsledek každého „sčítání“ se skládá ze dvou částí. První nebo první dvě číslice výsledku (zde zvýrazněné tmavěji) přesně odpovídají rozdílu mezi dvěma čísly nalevo. V případě 22 a 11 je to $22 - 11 = 11$.


$$\begin{aligned} 8 + 11 &= 310 \\ 22 + 9 &= 1313 \\ 43 + 56 &= 1318 \\ 72 + 19 &= 5319 \\ 8 + 6 &= 214 \\ 22 + 11 &= 116 \end{aligned}$$

pro $b = 4$ a $b = 6$, žádná další jednociferná čísla. Zbytek z b^2 po dělení 20 je v obou případech 16, takže sestra dostane 6 €.

70 Z kolika žen se skládá rodina na návštěvě?

Christina se skutečně mylí, když očekává pravděpodobnost $1/2$. Pravděpodobnost je $1/3$.

Abychom dospěli ke správnému řešení, je třeba zvážit všechny možné sourozenecké dvojice. Označíme-li si dívky jako D a chlapce jako CH, dostaneme pro dva sourozence čtyři možnosti: DD, DCH, CHD, CHCH.

Ale protože organizátor slíbil, že tam bude alespoň jedna dívka, poslední možnost (dva chlapci) je vyloučena.

To nám nechává možnosti: DD, DCH a CHD. Takže Christininá šance na rodinu se dvěma dívkami je $1/3$. Chlapec bude v hostitelské rodině přítomen s pravděpodobností $2/3$.

Tento případ lze také připodobnit k házení dvou identických mincí: Na jedné straně se nachází CH (pro chlapce), na druhé straně D (pro dívky). Pravděpodobnost, že padne D nebo CH, je vždy $1/2$.

Pokud náhodně vybereme dvojici sourozenců, odpovídá to hodu obou mincí naráz. Opět jsou možné čtyři kombinace CHCH, CHD, DCH a DD. Každá z těchto čtyř variant má pravděpodobnost $1/4$.

Víme však, že případ CHCH nepřichází v úvahu, protože se v rodině nachází alespoň jedna dívka. Jsou tedy možné pouze tři případy CHD, DCH a DD a všechny tři jsou stejně pravděpodobné. Pro Christinu to znamená pravděpodobnost $1/3$.

71 Trénink špiónů

Existují dva agenti, mezi kterými je vzdálenost nejkratší ze všech. Tito dva agenti se navzájem sledují. Pokud ještě nějaký další agent sleduje jednoho z těchto dvou, bude jedna osoba sledována dvěma agenty, tedy musí být alespoň jedna osoba, která není sledována (to dokazuje existenci nesledované osoby).

81 Dva cyklisté na mostě

Cyklisté se pohybovali rychlostí 14 km/h.

Když vozidlo vjede na most, má první cyklista 80 metrů za sebou. Potřebuje na 20 metrů zbývajících ke konci mostu stejnou dobu, jako auto na celých 100 metrů mostu. Takže jeho rychlost je $1/5$ z 70 km/h, což odpovídá rychlosti 14 km/h.

82 Je trajekt dostižitelný?

Otec rodiny by musel v průměru jet neuvěřitelných 240 km/h.

V první polovině trati se auto pohybuje místo 120 pouze 80 km/h. Proto potřebuje o 50 procent více času, než bylo plánováno. (S rychlostí 80 km/h auto ujede 120 kilometrů za 1,5 hodiny.) Těchto 50 procent času nevyhnutelně chybí na druhé polovině trati.

Auto proto musí druhý úsek ujet za polovinu plánovaného času. Cílová rychlost je tedy taktéž dvakrát vyšší než plánovaná rychlost 120 km/h.

Rodina pravděpodobně trajekt zmešká, protože 240 km/h je samozřejmě absurdně vysoká průměrná rychlost.

Mimochodem, mnoho lidí se domnívá, že správná odpověď je 160 km/h. Tato chyba může nastat, pokud se intuitivně počítá s časem cesty místo jízdní vzdálenosti. Pokud si v polovině plánované doby na jízdu uvědomíte, že místo rychlosti 120 km/h jste jeli pouze rychlostí 80 km/h, druhou (časovou) polovinu můžete jednoduše řídit 160 a skutečně dorazíte včas. V úloze bylo však uvedeno polovina trasy.

Že jednoduchý výpočet (nejdříve o 40 méně, poté o 40 více) nefunguje, ukazují také následující úvaha: Kdyby řidič na své cestě k Severnímu moři jel v první polovině jen 60 km/h, vyčerpá by už svůj celkový čas na jízdu. Protože poloviční rychlost zdvojnásobuje čas.

83 Kolik schodů má eskalátor?

Není to 75 schodů, jak by si leckdo mohl myslet, nýbrž 72.

Když běžíte po eskalátoru nahoru, sčítají se ty schody, které jste vyšli a které mezitím eskalátor vyjel nahoru. Naopak je to při cestě dolů: Od schodů, které jsme zdolali směrem dolů, musíme odečíst ty, které vyjely mezitím nahoru.

Předpokládáme, že eskalátor v čase, který potřebujete k vyjití jednoho schodu, odroluje nahoru s schodů (s nemusí být celé číslo!). Dostáváme následující dvě rovnice: první je pro cestu nahoru, druhá pro cestu dolů:

$$\text{Celkový počet schodů} = 60 + 60 \times s$$

$$\text{Celkový počet schodů} = 90 - 90 \times s$$

Nyní dáme obě rovnice dohromady a získáme:

$$60 + 60 \times s = 90 - 90 \times s$$

Výsledkem je:

$$150 \times s = 30$$

a

$$s = \frac{1}{5}$$

Tuto hodnotu dosadíme do jedné ze dvou rovnic uvedených výše a dostaneme, že celkový počet schodů je 72.

92 Duel o 50 mincí

Očíslujeme mince zleva doprava od 1 do 50 bez ohledu na jejich hodnotu. Je celkem snadné sebrat všechny mince očíslované sudým číslem nebo všechny liché.

Jediné co musíte udělat, je spočítat ještě před prvním tahem, zda součet hodnot 25 mincí na sudých pozicích dá větší součet než na lichých, či naopak. Váš protihráč tedy nevyhnutelně sebere zbývajících 25 a nemůže tak nikdy vyhrát.

Pokud 25 mincí na sudých pozicích dá větší součet než 25 mincí na lichých pozicích, vezmeme jako první minci tu s číslem 50. Váš soupeř pak může vybírat pouze mezi mincemi 1 a 49, což jsou obě lichá čísla. Poté co se rozhodne, leží opět na jednom z konců řady mince se sudým číslem, tedy 2 nebo 48. To je následující mince, kterou vezmete. Tak to pokračuje dál až do poslední mince.

Pokud mince na lichých pozicích dávají dohromady více, sebereme nejdříve minci číslo jedna a pak analogicky pokračujeme s výše uvedenou strategií, pouze s lichými čísly. Pokud jsou součty mincí na sudých a lichých pozicích stejné, musíte si vybrat jednu ze dvou skupin (liché nebo sudé) a postupovat podle výše uvedeného postupu. V žádném případě nemůže váš protějšek skončit s více penězi než vy, součty si však budou rovné.

93 Zvýšená šance na svobodu

Ti tři se mohou osvobodit s pravděpodobností 75 procent.

Existuje osm různých rozdělení čepic, všechna jsou stejně pravděpodobná.

	A	B	C
1	bílá	bílá	bílá
2	bílá	bílá	černá
3	bílá	černá	bílá

4	bílá	černá	černá
5	černá	bílá	bílá
6	černá	bílá	černá
7	černá	černá	bílá
8	černá	černá	černá

Tito tři použijí následující strategii: Když se ředitel zeptá, první tázaný, označíme ho A, se podívá na čepice dvou zbývajících. Pokud mají stejnou barvu, řekne tu druhou. Jsou-li různých barev, neodpoví.

1) B a C mají stejnou barvu čepice.

V případech 1 a 8 odpověděl špatně, v případech 4 a 5 správně. V ostatních případech neodpoví. S pravděpodobností 50 procent A uhodl správně barvu své čepice (případy 1, 4, 5, 8).

2) B a C mají různou barvu čepice.

Pokud první dotazovaný (A) neodpoví, druhý tázaný (B) může odvodit svou barvu čepice. Musí se lišit od barvy čepice osoby C. Proto tato strategie vždy vede ke správné odpovědi, a to i pro osobu C.

Ta také může odvodit barvu své čepice z barvy čepice osoby B. Pravděpodobnost správné odpovědi v těchto čtyřech případech (2, 3, 6, 7) je 100 procent.

Nyní můžeme vypočítat celkovou pravděpodobnost osvobození.

Je to $1/2 \times 50$ procent + $1/2 \times 100$ procent = 75 procent.

94 Sklenice v zatěžkávací zkoušce

Jsou nezbytné pouze 4 pokusy!

První zkouška proběhne ze čtvrtého patra. Pokud se sklenice rozbije, musí zkoušející shodit sklenici číslo dva z prvního, druhého a třetího podlaží podle toho, jak dlouho zůstane celá. Provede maximálně 4 pokusy.